

Cours de
Mathématiques et statistiques appliquées aux sciences sociales
(optionnel en 2A, S2)

1-) Présentation et objectifs du cours

Ouvert aux étudiants de 2^{ème} année de Sciences Po Lille, le cours de « Mathématiques et statistiques appliquées aux sciences sociales » est proposé de manière optionnelle aux étudiants de 2^{ème} année de Sciences Po Lille afin de leur permettre une poursuite d'études en Master.

Ce cours a pour vocation de préparer les étudiants du premier cycle à certains Masters qui nécessitent un bon niveau en Mathématiques, à l'instar du nouveau Master Sociétés Numériques ouvert avec Centrale Lille à la rentrée 2021.

2-) Compétences à acquérir

Son objectif principal est de fournir le socle de connaissances et compétences indispensables à une poursuite d'études en Master dans le domaine des mathématiques appliquées, de l'économie ou des sciences cognitives, de l'informatique appliquée, ou de la « révolution » numérique.

3-) Notions abordées et thèmes étudiés

De façon générale, les candidats doivent maîtriser les notions de rapport, proportion, pourcentage, de taux de variation (global, moyen) et de moyennes (arithmétique, géométrique, harmonique).

Ils doivent maîtriser les bases de l'algèbre linéaire (résolution d'un système d'équations et d'inéquations linéaires, calcul matriciel élémentaire) et de la théorie des graphes (modélisation de certaines situations par des graphes simples).

1. Analyse

1.1 Fonctions d'une variable réelle

Les fonctions usuelles : polynômes, racine carrée, logarithme, exponentielle. Limites, continuité, dérivation (calculs et théorèmes fondamentaux). Convexité.

1.2 Fonctions de deux variables

Courbes de niveau.

Dérivées partielles.

Fonctions de Cobb-Douglas (homogénéité, élasticités). Optimisation sous contrainte (Le Lagrangien)

1.3 Suites

Généralités sur les suites : monotonie, suites majorées, minorées, limite. Suites arithmétiques, géométriques et arithmético-géométriques.

2. Statistiques et probabilités

2.1 Présentation de données statistiques

Tableaux à simple entrée, à double entrée.

Diagramme en bâtons, histogrammes (avec classes de même amplitude ou non).

Diagrammes circulaires, en rectangles.

Polygones des effectifs ou des fréquences cumulés.

Graphiques réalisés sur papier semi-logarithmique, log-log (comparaison de variations relatives).

2.2 Analyse statistique élémentaire (d'ordre 1 et d'ordre 2)

Variables aléatoires unidimensionnelles

Paramètres de position : mode, médiane, quartiles, déciles.

Paramètres de dispersion : étendue, écart interquartile, variance, écart-type, coefficient de variation.

Diagrammes en boîte ou boîte à moustaches.

Notion d'espérance mathématique : définition, propriétés, lien avec les moments statistiques

Paramètres de concentration : courbe de Lorenz et indice de Gini (défini uniquement comme le rapport de deux aires).

Variables aléatoires bidimensionnelles

Ajustement affine : méthode de Mayer, méthode des moindres carrés.

Coefficient de corrélation linéaire.

Lois marginales, conditionnelles, conjointes

Covariance et corrélation

Régression linéaire (coefficient et méthodes de régression)

Indices simples et synthétiques (Laspeyres, Paasche, Fisher).

Distribution d'échantillonnage et estimation par la notion d'intervalles de confiance (définition, utilisation)

2.3 Probabilités

Probabilités élémentaires : cas d'équiprobabilité.

Variables aléatoires :

- Discrètes (fonction de répartition, loi de probabilité, représentation sous forme d'histogrammes)
- Continues (fonction de répartition, densité de probabilité, interprétation des différentes représentations)

Généralités sur les variables aléatoires : espérance, variance.

Lois de probabilités particulières :

- Loi binomiale
- Loi de Poisson
- Loi uniforme discrète et continue
- Loi exponentielle
- Loi normale ou gaussienne (statut particulier de cette loi)
- Loi lognormale
- Loi bêta

Tests d'hypothèses (définition du cadre des hypothèses binaires, erreurs de première et de seconde espèce)

Analyse des tableaux bi-variés, cas particuliers des tests les plus usuels que sont le test du chi-deux et le test de Student.

Les questions posées s'inscrivant dans des contextes économiques et sociaux, sont supposés connus des candidats :

- les techniques d'analyse des variables économiques : valeur nominale (ou en valeur ou à prix courants), valeur réelle (ou en volume ou à prix constants), indice des prix ;

- les formalisations élémentaires de l'analyse macroéconomique (équilibre général macroéconomique classique, modèle, IS-LM, multiplicateur keynésien, schéma à 45°...);
- le tableau entrée-sortie (TES) en comptabilité nationale : coefficients techniques, modèle de Léontieff;
- des notions relatives aux phénomènes monétaires : taux de change, parité des pouvoirs d'achat ;
- des modèles de fiscalité : impôt proportionnel, impôt progressif (par tranches) ;
- les notions de base de la microéconomie : analyse du choix du consommateur (contrainte budgétaire, utilité, courbes d'indifférence, élasticité de la demande), analyse du choix du producteur (productivité moyenne, marginale, rendements croissants, décroissants, constants, coût total, coût moyen, marginal), équilibre en concurrence pure et parfaite, en situation de monopole, surplus, déplacements sur les (et des) courbes d'offre et de demande ;

- les outils d'analyse de la consommation : propension marginale, moyenne à consommer, élasticité revenu, élasticité prix, élasticité croisée, structure de la consommation et coefficients budgétaires ;

- les bases du calcul économique et financier : intérêts simples, intérêts composés, rentabilité économique, rentabilité financière, valeur actualisée, taux de rendement interne ;

- les techniques de réalisation d'enquêtes sociologiques et d'analyse de leurs résultats ;

- les principaux outils d'analyse des réseaux sociaux ;

- les notions relatives à la mobilité sociale : table de destinée, de recrutement, mobilité parfaite, mobilité observée, mobilité relative.

Les candidats doivent avoir une connaissance convenable des instruments qu'utilisent leurs élèves et en premier lieu des calculatrices graphiques : outre les traitements numériques usuels, ils doivent être capables de fournir la courbe représentative d'une fonction sur une calculatrice ; ils doivent connaître les fonctions de la calculatrice pour toutes les opérations sur matrices et vecteurs ainsi que les fonctions statistiques, en particulier celles donnant un ajustement affiné.

4-) Plan des séances

Le module se déroulera sur une durée totale de 18 heures, et sera structuré sur le schéma suivant :

- Analyse : 8h
- Statistiques et Probabilités : 10h

L'enseignement alternera cours magistraux et séances de TD.

Un travail personnel régulier sera demandé aux étudiants tout au long du semestre.

5-) Modalités d'évaluation

Les modalités d'évaluation de ce cours seront les suivantes :

- 1 partiel intermédiaire à mi-semestre (30%)
- 1 examen final (40%)
- 1 dossier sur un des thèmes étudiés (20%)
- Et une note de participation (10%)